

ВВЕДЕНИЕ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ №4 И №5

Эмпирические закономерности в спектре атома водорода

Спектр излучения атома водорода, как и спектры всех изолированных атомов, состоит из отдельных резких линий и выделяется своей простотой. Ещё Бальмер (1885 г.), Ридберг (1890 г.) и Ритц (1908 г.) установили эмпирически, что линии водорода могут быть сгруппированы по сериям, причем их длины волн выражаются с высокой точностью формулой Бальмера-Ридберга

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (1)$$

где $\tilde{\nu}$ - волновое число;

λ - длина волны, отнесенная к вакууму;

$n_1 = 1, 2, 3, 4, \dots$ - квантовое число, постоянное для линий данной серии;

$n_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, n_1 + 3, \dots$ - квантовое число, характеризующее линию данной серии;

В спектре водорода были обнаружены следующие серии:

серия Лаймана ($n_1 = 1$) целиком находится в области вакуумного ультрафиолета

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad n_2 = 2, 3, 4, \dots$$

серия Бальмера ($n_1 = 2$) имеет первые 4 линии в видимой области, а остальные - в ультрафиолетовой части спектра.

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad n_2 = 3, 4, 5, \dots$$

Первые линии этой серии получили специальные обозначения

$$H_\alpha - \text{/красная/}, \quad \lambda = 6562.8 \text{ \AA}, \quad n_2 = 3,$$

$$H_\beta - \text{/голубая/}, \quad \lambda = 4861.3 \text{ \AA}, \quad n_2 = 4,$$

$$H_\gamma - \text{/синяя/}, \quad \lambda = 4340.4 \text{ \AA}, \quad n_2 = 5,$$

$$H_\delta - \text{/фиолетовая/}, \quad \lambda = 4101,7 \text{ \AA}, \quad n_2 = 6.$$

В инфракрасной области было найдено 3 серии:

$$\text{серия Пашена} - \quad \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad n_2 = 4, 5, 6, \dots$$

$$\text{серия Бреккета} - \quad \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad n_2 = 5, 6, 7, \dots$$

$$\text{серия Пфунда} - \quad \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad n_2 = 6, 7, 8, \dots$$

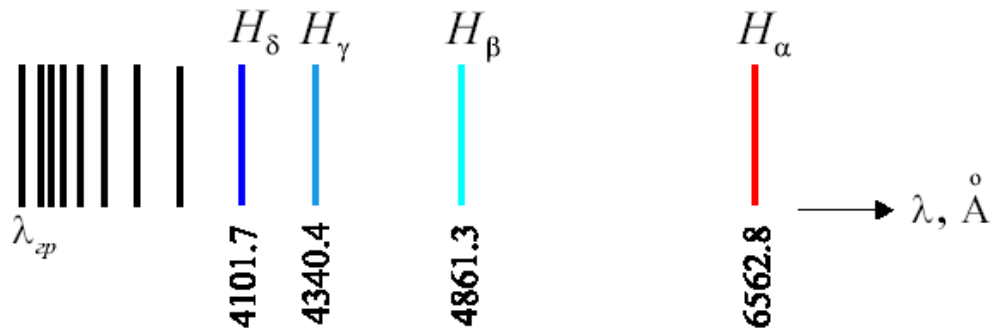


Рис. 1: Серия Бальмера.

Каждая серия, как это следует из (1), стремится к определенному пределу или границе серии при $n_2 = \infty$

$$\tilde{\nu}_{\text{граница}} = \frac{R}{n_1^2}$$

Из сравнения приведенных формул видно, что все известные серии атома водорода можно представить обобщенной формулой

$$\tilde{\nu} = T(n_1) - T(n_2), \quad (2)$$

где $T(n) = R/n^2$. функции целых чисел $T(n)$ называются спектральными термами. Существенно, что для каждой серии первый терм имеет постоянное значение, а второй - переменное. Численные значения термов могут повторяться в разных сериях одного и того же атома. Так, например, постоянный терм серии Пашена $T(3) = R/3^2$ является первым из возможных переменных термов серии Бальмера и вторым переменным термом для серии Лаймана. Это наводит на мысль, что, комбинируя разности двух неравных термов из разных серий, можно получить волновое число третьей серии. Этот вывод, блестяще подтверждаемый экспериментом, носит название комбинационного принципа Ритца.

Глубокий физический смысл понятия "терм" был впервые вскрыт Бором, который увидел в комбинационном принципе яркое проявление своеобразных квантовых законов, управляющих внутриатомными движениями. Бор предположил что каждому терму соответствует вполне определенное энергетическое состояние атома. И так как набор термов для каждого атома дискретен, то атом может обладать только вполне определенным дискретным рядом значений энергии. Тогда сериальные формулы и комбинационный принцип есть не что иное, как выражение того факта, что свет строго определенной частоты излучается лишь при скачкообразном изменении энергетического состояния атома. Именно поэтому волновые числа выражаются как разность двух термов.

Теория Бора

В 1911 г. Эрнст Резерфорд, исходя из полученных им экспериментальных данных о рассеянии альфа-частиц, предложил планетарную модель строения атомов. Эта модель полностью объясняла закономерности рассеяния, но с точки зрения классической электродинамики атом Резерфорда не имел права на существование по двум причинам.

1. При движении по круговой или эллиптической орбите вокруг ядра электрон обладает ускорением. Однако согласно классической электродинамике любая заряженная частица, двигаясь с ускорением должна излучать электромагнитные волны, энергия которых пропорциональна квадрату ускорения. Непрерывно излучая и теряя при этом свою кинетическую энергию, электрон должен очень быстро упасть на ядро. То есть "планетарный" атом Резерфорда с точки зрения классической физики оказывается нестабильным.
2. Уменьшение радиуса орбиты электрона приводит к непрерывному росту частоты его обращения вокруг ядра. Тогда и частота излучения атома также должна непрерывно увеличиваться, т.е. спектр излучения любых атомов должен быть сплошным. Однако в действительности атом - устойчивая система и может излучать лишь линейчатый спектр. Указанные противоречия так и не были объяснены в рамках доквантовых представлений.

Причина этих противоречий оказалась в том, что законы классической физики были установлены для систем макроскопических масштабов и их нельзя в полной мере распространять на системы с атомными и субатомными размерами. Нильс Бор первым понял, что атом как связанная микросистема, состоящая из положительно заряженного ядра и вращающегося вокруг него электрона на орбите атомного размера, может не подчиняться классическим законам. Для планетарной модели атома Бор предположил наличие неклассических закономерностей, сформулировав их в двух постулатах:

1. Атом может находиться лишь в дискретных устойчивых стационарных энергетических состояниях, в которых он не излучает электромагнитные волны и не изменяет своей внутренней энергии, несмотря на ускоренные движения входящих в его состав заряженных частиц; каждое стационарное состояние обладает вполне определенной энергией E_n , которая может принимать ряд дискретных значений в соответствии с условием /для круговых орбит/

$$P = mvr = n \frac{h}{2\pi}, \quad (3)$$

где P - момент количества движения электрона на орбите радиуса r ; h - постоянная Планка; n - целое число ($n = 1, 2, 3, \dots$);

2. Атом излучает электромагнитные волны лишь при скачкообразном переходе из одного стационарного состояния с *большим* значением энергии E_{n_2} в другое - с меньшей энергией E_{n_1} . При этом излучается квант света $h\nu$ строго определенной частоты согласно условию

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}. \quad (4)$$

При обратном переходе $E_{n_1} \rightarrow E_{n_2}$ энергия поглощается.

Сравнивая формулы (4) и (2), легко заметить, что их правые части представляют собой разности двух постоянных чисел. Смысл E_n ясен из определения: это энергия n -го стационарного состояния. Тогда логично предположить, что физическое содержание понятия "терм" будет тем же самым с разницей лишь в константах. Так как $\nu = c/\lambda = c\tilde{\nu}$, то из (4) получим

$$\tilde{\nu} = \frac{E_{n_2}}{hc} - \frac{E_{n_1}}{hc}. \quad (5)$$

Сравнивая теперь почленно величины, имеющие одинаковый физический смысл в (5) и (2), получим

$$T(n) = \frac{R}{n^2} = -\frac{E_n}{hc}$$

откуда

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2}, \quad (6)$$

т.е. энергия стационарных состояний атома водорода принимает дискретный, квантованный ряд значений, определяемых целым числом n .

Рассмотрим теперь систему, состоящую из ядра с зарядом Ze и одного электрона, вращающегося вокруг него по круговой орбите. При $Z = 1$ - это атомарный водород, при $Z = 2$ - однократно ионизованный гелий He^+ , при $Z = 3$ - дважды ионизованный литий Li^{++} и т.д. Ряд атомов и ионов, имеющих одинаковое количество электронов, называется изоэлектронным. Ряд водорода - это H , He^+ , Li^{++} , Be^{+++} , B^{++++} , ...

Центростремительная сила, удерживающая электрон на орбите, является в данном случае кулоновской. Тогда они просто равны:

$$\frac{m_e V^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2} = F_k. \quad (7)$$

Из (7) можно найти кинетическую энергию электрона:

$$T = \frac{m_e V^2}{2} = \frac{Ze^2}{2r}. \quad (8)$$

Потенциальную энергию будем отсчитывать от её значения для бесконечно удаленного электрона:

$$U = \int_r^\infty \vec{F}_k d\vec{r} = - \int_r^\infty F_k dr = - \frac{Ze^2}{r}, \quad (9)$$

знак "-" во втором интеграле появился потому, что направления радиус-вектора \vec{r} из центра окружности и \vec{F}_k противоположны.

Полная энергия электрона на орбите

$$E = T + U = -\frac{Ze^2}{2r}. \quad (10)$$

До сих пор вывод формулы для энергии имеет чисто классический характер. Осталось определить r , так как, Z и e известны. Но энергия электрона в атоме принимает дискретный ряд значений, следовательно радиусы орбит r также дискретны. Здесь Бору пришлось ввести и применить 1-й квантовый постулат в форме (3). Решая систему из уравнений (3) и (7) с неизвестными V и r , находим

$$r_n = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2} \cdot \frac{n^2}{Z}. \quad (11)$$

это равенство показывает, что радиусы стационарных круговых орбит растут пропорционально квадрату квантового числа n (рис.2).

Подставляя (11) в (10), получим энергию в стационарных состояниях;

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}. \quad (12)$$

Удобно представлять значения E_n в виде диаграммы или, как её чаще называют, схемы энергетических уровней атома (рис.3), где по вертикальной оси откладывается энергия стационарных состояний, а стрелки обозначают возможные переходы между ними. В формуле (12) значение энергии E_n получается отрицательным. Это обусловлено выбором нулевой точки отсчета: полная энергия электрона, не связанного с атомом, считается равной нулю. Такое состояние соответствует ионизованному атому, $n = \infty$, и отражается правой шкалой на схеме уровней т.е. E_n в (12) есть полная энергия связывания электрона e с ядром. По этой шкале оказывается возможным оценить абсолютное значение энергии самого глубокого стационарного уровня при $n = 1$.

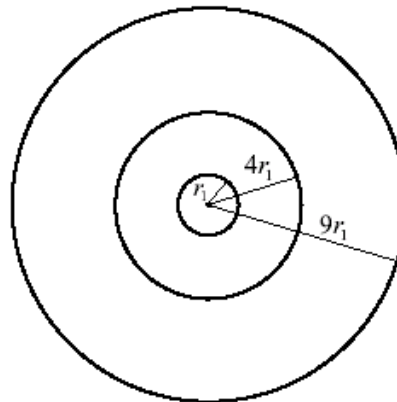


Рис. 2: Круговые боровские стационарные орбиты $r_1 = 0.53 \times 10^{-8}$ см.

При возбуждении атома т.е. при поглощении им дополнительной энергии, электрон переходит на более удаленную орбиту и его связь с ядром уменьшается. Поэтому более удобно за ноль отсчета принимать энергию электрона в основном состоянии при $n = 1$. Тогда E_n в электрон-вольтах представляет собой энергию возбуждения атома в данном состоянии, характеризуемом квантовым числом n . Эти возможные состояния E_n на схеме изображены горизонтальными прямыми или уровнями энергии.

Излучательные переходы на схеме уровней условно изображаются стрелками, направленными вниз. Стрелка начинается с уровня возбужденного состояния E_{n_2} и кончается на одном из более низких уровней E_{n_1} в строгом соответствии с (4). Схема уровней наглядно демонстрирует возникновение различных спектральных серий каждая из которых характеризуется постоянным значением n_1 . Стрелками вверх обозначаются переходы с поглощением энергии.

Выражение (12) с точностью до знака энергии совпадает с (6), если положить

$$R = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{ch^3} = 109737.303 \text{ см}^{-1}. \quad (13)$$

Однако численное значение R в (13) несколько отличается от значения постоянной Ридберга, найденной из точных спектроскопических измерений по формуле (1). Дело в том, что при выводе (13) ядро предполагалось неподвижным, как бы обладающим бесконечно большой массой. На самом деле масса протона в 1836 раз больше массы электронами, и в силу конечности этого значения ядро, как и электрон, вращается вокруг их общего центра инерции. Чтобы учесть это обстоятельство, достаточно вместо массы электрона m_e ввести в (13) приведенную массу электрона и ядра:

$$\mu = \frac{m_e M}{m_e + M} = \frac{m_e}{1 + m_e/M}, \quad (14)$$

где M - масса ядра.

Заменяя в (13) m_e на μ , получаем в случае атома водорода

$$R = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{ch^3 (1 + m_e/M)} = R_\infty \cdot \frac{1}{1 + m_e/M} = 109678.774 \text{ см}^{-1} \quad (15)$$

что прекрасно согласуется с экспериментом. Здесь R_∞ соответствует бесконечно большой массе ядра и совпадает с (13). Выражение (15) показывает, что постоянные Ридберга для изотопов водорода /дейтерия с $M_D = 2M_H$ и трития с $M_T = 3M_H$ /, вследствие различия приведенных масс, отличаются от R_H для легкого водорода. Тогда по (1) длины волны линий, соответствующих одинаковым n_1 и n_2 в спектрах этих атомов, должны быть разными. Это хорошо согласуется с наблюдаемым сдвигом линий в спектрах дейтерия и трития по сравнению со спектром водорода /изотопический сдвиг/.

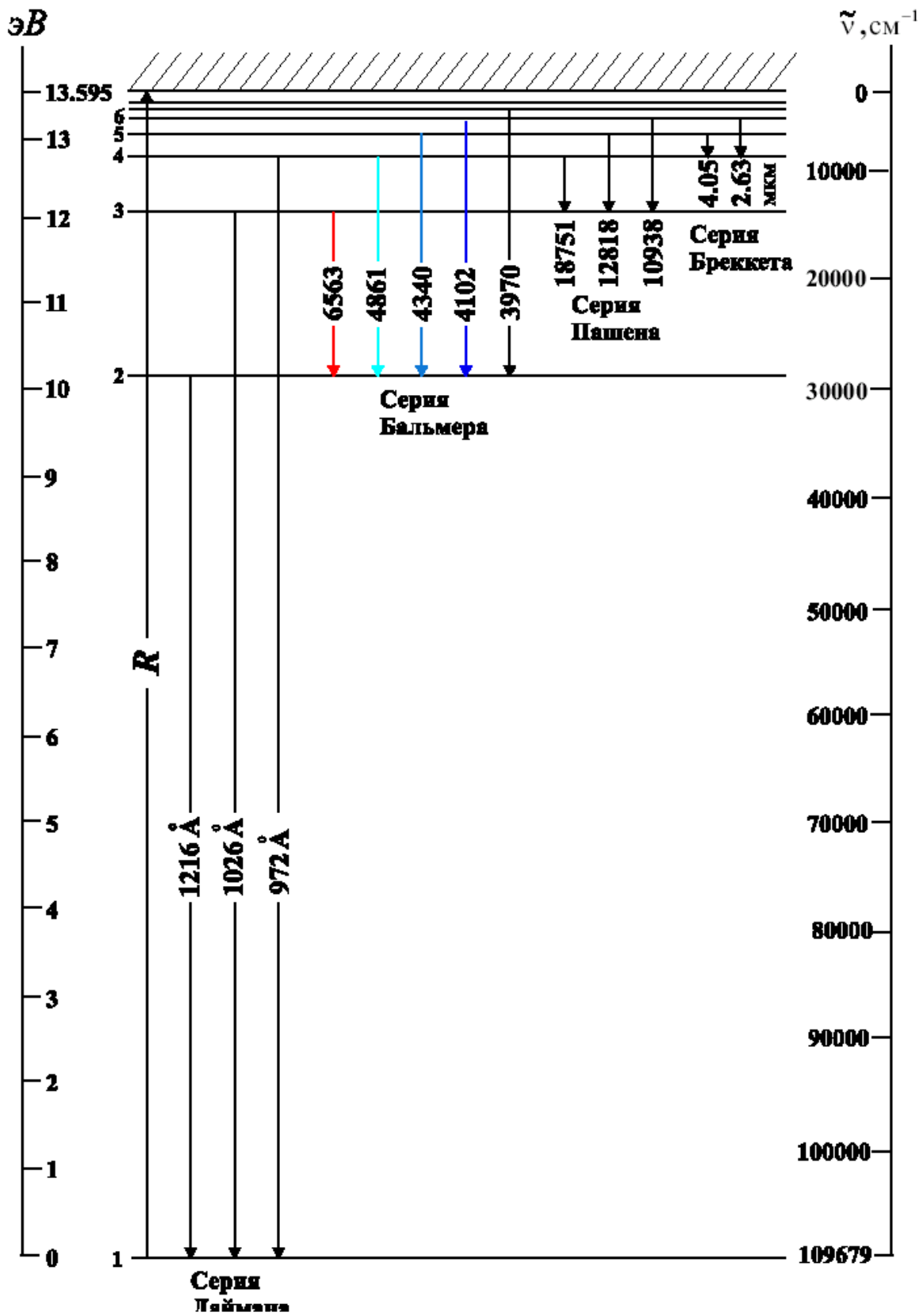


Рис. 3: Схема энергетических уровней и излучательных переходов атома водорода.

Для описания более тонких эффектов, например, расщепления спектральных линий, излучаемых атомами, во внешнем поле, недостаточно рассмотрение только круговых орбит. В общем случае электрон, движущийся в кулоновском поле ядра, описывает эллиптическую орбиту. При этом электрон описывает эллиптическую орбиту, а ядро находится в фокусе орбиты. Условия квантования для эллиптических орбит были даны Зоммерфельдом в следующем виде: если система с несколькими степенями свободы описывается обобщенными координатами q_i и соответствующими обобщенными импульсами $P_i = \partial T / \partial \dot{q}_i$, то стационарны только те состояния для которых

$$\oint P_i dq_i = n_i h, \quad (16)$$

где n_i - целые квантовые числа, а интегрирование распространяется на всю область изменения q_i . В случае эллипса, описываемого полярными координатами r и φ , имеем

$$\int_0^{2\pi} P_\varphi d\varphi = n_\varphi h, \quad (17)$$

$$\oint P_r dr = n_r h, \quad (18)$$

где n_φ и n_r - азимутальное и радиальное квантовые числа. В силу постоянства момента количества движения P_φ условие (17) даёт, как и в случае круговой орбиты,

$$P_\varphi = n_\varphi \frac{h}{2\pi}. \quad (19)$$

Интегрирование квантового условия (18) накладывает ограничение на эксцентриситет эллипса ε , который может принимать значения

$$\sqrt{1 - \varepsilon^2} = \frac{n_\varphi}{(n_r + n_\varphi)} = \frac{n_\varphi}{n} \quad (20)$$

Если рассмотреть третью степень свободы, то условие квантования (16) для неё приводит к тому, что каждая орбита может быть сориентирована в пространстве не

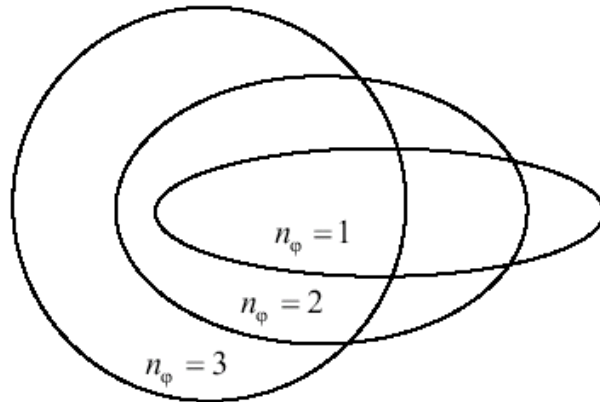


Рис. 4: Различные орбиты электрона, соответствующие главному квантовому числу $n = 3$.

произвольным образом, а лишь так, что проекция момента количества движения на любое фиксированное направление OZ может принимать $2n_\phi+1$ значений, кратных $h/2\pi$.

$$P_Z = m \frac{h}{2\pi}, \quad (21)$$

где m - магнитное квантовое число.

Теория Бора-Зоммерфельда с полной отчетливостью показала неприменимость классической физики и первостепенное значение квантовых законов для микроскопических систем, объяснив основные закономерности в спектрах водорода и водородо-подобных ионов, щелочных металлов, рентгеновских спектрах. В её рамках впервые получили объяснение закономерности периодической системы элементов. Точнейшее совпадение теории с экспериментом придавало ей особую убедительность. Недаром Эйнштейн назвал теорию Бора "высшей музыкальностью в области теоретической мысли".

С другой стороны, теория не дала последовательного объяснения интенсивностей и поляризации спектральных линий. Никак не удалось построить теорию простейшей двухэлектронной системы - атома гелия. Недостатки теории Бора являются следствием её внутренней противоречивости. Действительно, с одной стороны, она привлекает чуждые классической физике идеи квантования, а с другой - пользуется для описания стационарных состояний классической механикой. Наиболее правильную картину внутриатомных физических явлений дала последовательная квантовая теория - квантовая механика, по отношению к которой теория Бора явилась лишь важнейшим переходным этапом.

Квантово-механическое описание стационарных состояний.

Квантовые числа.

Основное отличие квантовой механики от теории Бора состоит в отказе от представления о движении электрона по классически определенной орбите. Применительно к микрочастице можно говорить не о её месте на траектории, а лишь о вероятности dW найти эту частицу в объеме dV , равной

$$dW = |\psi(x, y, z)|^2 dV,$$

где $\psi(x, y, z)$ - волновая функция, подчиняющаяся уравнению движения квантовой механики. В простейшем случае уравнение найдено Шредингером и для стационар-

ных состояний нерелятивистской частицы с массой m_0 и энергией E имеет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} (E - U) \psi = 0, \quad (22)$$

где U – потенциальная функция поля, в котором находится частица.

Вероятность пребывания электрона в единице объема $|\psi(x, y, z)|^2$ рассчитанная для каждой точки, создает представление об электронном облаке как о некотором статистическом распределении электронного заряда в пространстве. Каждое стационарное состояние характеризуется своим распределением электронной плотности, и переход из одного стационарного состояния в другое сопровождается изменением размеров и конфигурации электронного облака. Плотность этого облака является функцией расстояния от ядра r . Интересно отметить для сравнения с теорией Бора, что максимум радиальной плотности основного состояния атома водорода соответствует точке r_1 , определяемой по формуле (11), т.е. наиболее вероятное расстояние электрона от ядра в точности равно радиусу первой орбиты в теории Бора (рис.5).

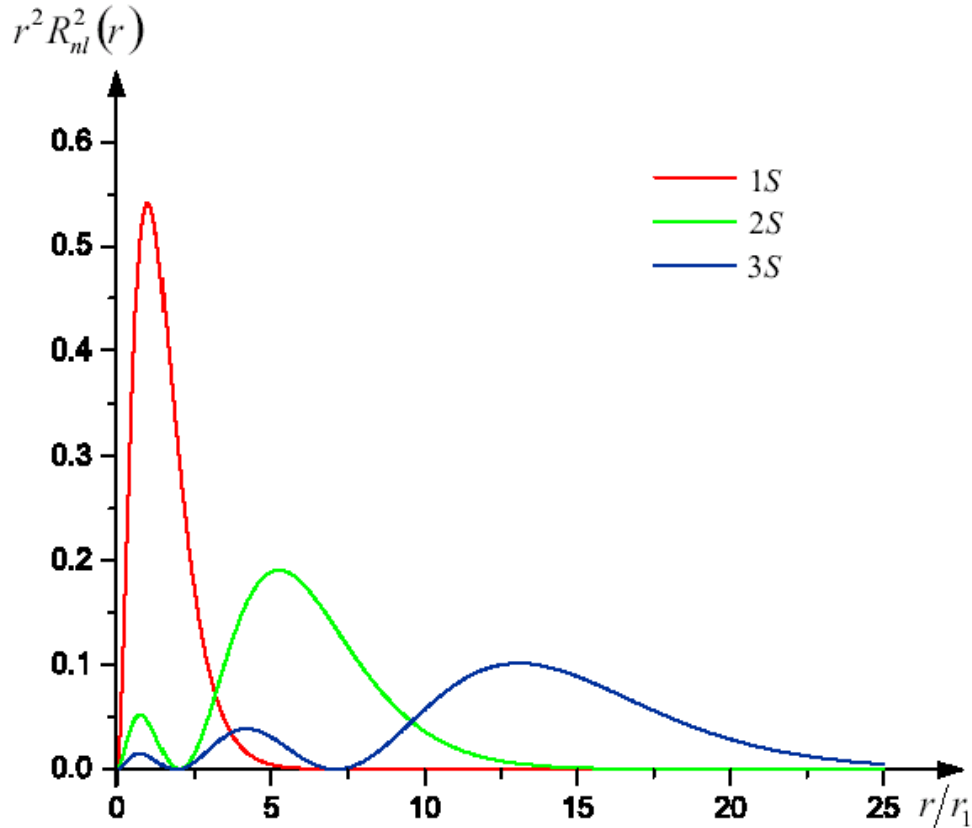


Рис. 5: Распределение радиальной плотности вероятности атома водорода для состояний: $1S - (n = 1, l = 0)$; $2S - (n = 2, l = 0)$; $3S - (n = 3, l = 0)$.

С увеличением размера, электронного облака, как правило, увеличивается его энергия E_n , характеризуемая главным квантовым числом n . Формой электронного облака определяется "орбитальный" момент количества движения P_l , характеризуемый квантовым числом l . Ориентация облака в пространстве определяет проекцию момента P_{l_z} , характеризуемую квантовым числом m_l . Кроме орбитального, электрон имеет собственный момент количества движения - спин P_s , который может иметь в пространстве две ориентации, что характеризуется двумя значениями квантового числа $m_s = -1/2$ и $+1/2$. Однако нельзя представлять, что спиновый момент обусловлен вращением электрона вокруг своей оси наподобие механического вращения твердого шарика. Любые попытки такого механистического истолкования спина приводят

к противоречию с требованием теории относительности о невозможности превышения скорости света. Спин – такая же фундаментальная внутренняя характеристика электрона, как его заряд и масса.

Таким образом, чтобы однозначно определить состояние электрона в атоме, можно задать четыре физических величины $\langle E_n, P_l, P_{l_z}, P_{sz} \rangle$ или, что то же самое, четверку квантовых чисел $\langle n, l, m_l, m_s \rangle$.

Литература

Шпольский Э. В. Атомная физика Т.1. М., 1974.

Савельев И. В. Курс общей физики. Т.3. Оптика, атомная физика, физика ядра и элементарных частиц. М.: Наука, 1989.

Сивухин Д.А. Общий курс физики. Т.5. Атомная и ядерная физика. М.: МФТИ, ФМЛ, 2002.

Лабораторная работа №4

СПЕКТР АТОМА ВОДОРОДА

Целью настоящей работы является ознакомление со спектром атома водорода*. В процессе ее выполнения необходимо измерить длины волн излучения атома водорода в видимой области спектра и по результатам этих измерений определить постоянную Ридберга.

Метод определения постоянной Ридберга

Постоянная Ридберга R является одной из фундаментальных констант атомной физики. Она входит в сериальные формулы водорода и водородоподобных

* См. Введение к лабораторным работам №4 и №5.

ионов, щелочных металлов и в ряд других соотношений. Для водорода длины волн линий излучения определяются формулой Бальмера-Ридберга

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Теория Бора расшифровывает константу R :

$$R = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{ch^3 (1 + m_e/M)} = 109678,774 \text{ см}^{-1}.$$

Постоянная Ридберга имеет глубокий физический смысл. Если положить в формуле (В.1)** $n_1 = 1$ и $n_2 = \infty$, то $\tilde{\nu} = R$. Физически переход атома из основного стационарного состояния на уровень $n_2 = \infty$ с поглощением энергии означает ионизацию атома, а $\tilde{\nu} = R$ отражает энергию такого перехода. Таким образом, физически постоянная Ридберга есть энергия ионизации атома водорода, выраженная в волновых числах. Этот переход обозначен на рис. В.3 стрелкой вверх.

Для экспериментального определения R по формуле (В.1) необходимо измерить длину волны спектральной линии λ и отождествить ее с определенным спектральным переходом, т.е. найти n_1 и n_2 .

Фотография установки, на которой проводятся изучение спектра излучения атома водорода, приведена на рис. 1. Визуально спектры излучения атомов водорода и ртути наблюдаются с помощью монохроматора УМ-2 (1). Линза 2 фокусирует на входную щель монохроматора излучение водородной лампы 3 или ртутной лампы 4. Блоки питания водородной и ртутной ламп обозначены на рис. 1 как 5 и 6 соответственно.

** Буквой В обозначены формулы и рисунки, приведенные во Введении к лабораторным работам №4 и №5.

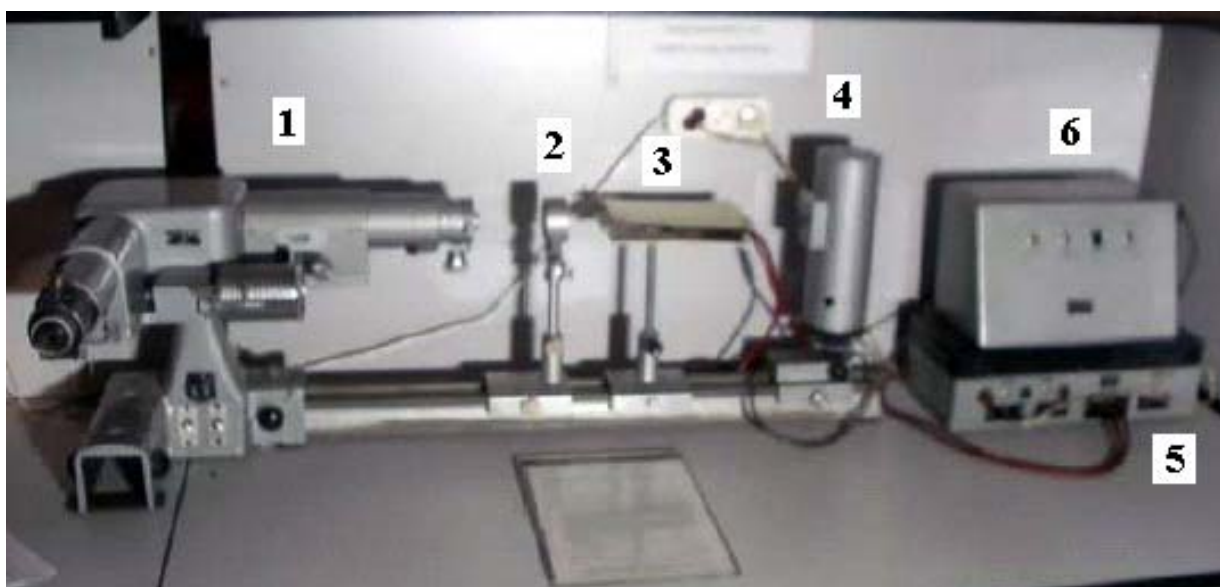


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки

Задание 1. Градуировка монохроматора УМ-2

Определение длин волн спектральных линий в спектре водорода осуществляется по градуировочному графику, который необходимо построить по известным линиям спектра ртути (рис. 2).



Рис. 2. Спектр ртути

Порядок выполнения работы.

1. Включить блок питания ртутной лампы ЭПС-111 в сеть ~ 220 В. Тумблер блока «Сеть» перевести в положение «Вкл». Тумблер «Лампа ДРШ» перевести в положение «Вкл». Нажать кнопку «Пуск» (лампа иногда загорается и без нажатия кнопки). Прогреть ртутную лампу в течение 5 минут.

2. Установить входную щель монохроматора 0,1 мм. Наблюдая через окуляр за спектром, вывести в поле зрения наиболее яркую желтую линию. Если изображение иглы-указателя размыто, необходимо вращением кольца окуляра добиться его максимальной резкости. (При необходимости можно воспользоваться подсвет-

кой иглы-указателя, для чего необходимо перевести тумблер «Указатель», расположенный в нижней части монохроматора, в положение «Вкл»). В этом случае при отъюстированном приборе линии спектра также будут резкими. Юстировка прибора производится обслуживающим персоналом практикума.

3. Вращением барабана длин волн в одну сторону последовательно устанавливать точно иглу-указатель посередине всех линий спектра ртути, записывая каждый раз длины волн и соответствующие им деления шкалы барабана. Измерения провести три раза и усреднить полученные значения.

4. Выключить блок питания ртутной лампы ЭПС-111.

5. По полученным данным построить градуировочный график зависимости длины волны (в ангстремах) от значения делений барабана.

Задание 2. Измерение длин волн в спектре водорода.

Порядок выполнения задания.

1. Включить блок питания водородной лампы ОУ-1 в сеть ~ 220 В. Тумблер блока питания «Сеть» (крайний левый тумблер на лицевой панели блока) перевести в положение «Вкл».

2. Вращая барабан длин волн в одну сторону, снять отсчеты барабана, соответствующие линиям спектра водорода.

3. Выключить блок питания водородной лампы ОУ-1.

4. По градуировочной кривой прибора УМ-2 найти длины волн, соответствующие найденным значениям барабана.

Задание 3. Определение постоянной Ридберга.

Порядок выполнения задания.

1. Используя найденные значения длин волн в серии Бальмера, определить для каждой из них квантовые числа n_1 и n_2 , входящие в формулу (В.1).

2. Используя схему энергетических уровней атома водорода, приведенную на рис. В.3, подставляя в (В.1) эти числа и соответствующие длины волн, подсчитать постоянную R для всех длин волн, после чего взять среднее из этих значений.

Найти ошибку эксперимента.

Контрольные вопросы

1. Каковы эмпирические закономерности в спектрах атома водорода? Спектральные термы и их физический смысл.
2. Постулаты Бора и их математические условия.
3. Схема энергетических уровней атома водорода. Энергия связи и энергия возбуждения электрона в атоме. Физический смысл постоянной Ридберга.
4. Теория Бора. Вывести формулу для энергии стационарных состояний в атоме H по методу Бора.
5. Квантово-механическое описание строения атомов. Функция вероятности.
6. Квантовые числа. Что определяет каждое из четырех квантовых чисел?

Лабораторная работа №5

ИЗОТОПИЧЕСКИЙ СДВИГ В СПЕКТРЕ АТОМА ВОДОРОДА

Введение

Спектр излучения атомного водорода, полученный на приборе небольшого разрешения, является простейшим из спектров всех атомов. Длины волн спектральных линий всех его серий хорошо описываются формулой Бальмера (В.1)*. Более детальный теоретический анализ, подтверждаемый экспериментами на спектральных приборах высокой разрешающей способности, показывает, однако, что каждая спектральная линия водорода имеет сложную структуру, т.е. состоит из ряда очень близко расположенных линий. Причинами возникновения такой структуры являются:

* Буквой В обозначены формулы, приведенные во Введении к лабораторным работам №4 и №5.

а) изотопический сдвиг, обусловленный наличием у водорода трех изотопов;
б) тонкая структура линий, связанная с релятивистской зависимостью массы электрона от скорости и взаимодействием собственного магнитного момента электрона с его орбитальным магнитным моментом;

в) лэмбовский сдвиг и сверхтонкая структура, вызванные взаимодействием связанного электрона с нулевыми колебаниями электромагнитного поля и взаимным влиянием магнитных моментов электрона и ядра.

Наибольшей величиной из указанных выше для атомов водорода обладает изотопический сдвиг, причина которого раскрывается в рамках простой теории Бора.

Ц е л и р а б о т ы: ознакомление с теорией Бора^{**}; экспериментальное определение массы дейтерия из спектроскопических данных для водорода и дейтерия.

Анализ серийных формул

Формула Бальмера (В.1), физическое содержание которой было вскрыто теорией Бора, содержит два квантовых числа, определяющих энергетические уровни начала и конца перехода, и постоянные R и Z :

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Для водорода $Z=1$, поэтому в (В.1) Z отсутствует. Однако постоянными эти величины являются только для каждого из атомов изоэлектронного ряда H , D , T , He^+ , Li^{++} , Be^{+++} , ... Для неодинаковых атомов R или R и Z различны. Тогда для спектральных переходов в этих атомах, определяемых одинаковыми n_1 и n_2 ,

^{**} См. Введение к лабораторным работам №4 и №5.

длины волн излучения будут различными в соответствии с приведенной формулой.

Рассмотрим вначале и з о т о п и ч е с к о е с м е щ е н и е л и н и й при одинаковом значении Z . Тяжелый изотоп водорода – дейтерий ($M_D = 2$ а.е.м.) присутствует в естественной смеси изотопов водорода в соотношении 1:5000. Поэтому его линии очень слабы и их трудно обнаружить. Существуют, однако, методы обогащения водорода дейтерием (электролиз воды и др.) и даже получения чистого D. Используемая в данной работе лампа заполнена H и D в таком, что их линии получают соизмеримыми по интенсивности. Причиной изотопического смещения является зависимость постоянной Ридберга R от массы ядра:

$$R = R_\infty \frac{1}{1 + m_e/M}.$$

Выведем формулу для определения «неизвестной» массы дейтерия M_D из спектроскопических измерений, т.е. из измерений λ_H , λ_D и $\Delta\lambda = \lambda_H - \lambda_D$, причем $\lambda_H > \lambda_D$, что видно из (B.15) и (B.1).

Так как $m_e/M_H = 1/1836$, а m_e/M_D еще вдвое меньше, то сомножитель в (B.15) можно разложить в ряд, ограничиваясь первыми членами:

$$\frac{1}{1 + m_e/M} = 1 - m_e/M \dots$$

Тогда из (B.1) следует:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty (1 - m_e/M) \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (1)$$

Сравним длины волн водорода и дейтерия для одинаковых спектральных переходов. В этом случае изменение λ обусловлено только разными отношениями

m_e/M_H и m_e/M_D . Для линий H_α и D_α $n_1=2$ и $n_2=3$, откуда $1/n_1^2 = 1/n_2^2 = 5/36$.

Тогда

$$\frac{1}{\lambda_H} = \frac{5R_\infty}{36} \left(1 - \frac{m_e}{M_H}\right), \quad \frac{1}{\lambda_D} = \frac{5R_\infty}{36} \left(1 - \frac{m_e}{M_D}\right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{\lambda_D} - \frac{1}{\lambda_H} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_D\lambda_H} = \frac{5R_\infty m_e}{36M_H} \left(1 - \frac{M_H}{M_D}\right),$$

или

$$\frac{M_H}{M_D} = 1 - \frac{36M_H}{5R_\infty m_e} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_H\lambda_D}. \quad (3)$$

По этой формуле уже можно определить M_D , но ее можно упростить, используя значение $1/\lambda_H$ из (2):

$$\frac{M_H}{M_D} = 1 - \frac{M_H\Delta\lambda}{m_e\lambda_D} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_D} \approx 1 - \frac{M_H\Delta\lambda}{m_e\lambda_D}.$$

Окончательно получим:

$$M_D = \frac{M_H}{1 - \frac{M_H\Delta\lambda}{m_e\lambda_D}}. \quad (4)$$

Эта формула пригодна для любых линий серии, тогда как при использовании соотношения (3) при переходе от линий H_α , D_α к H_β , D_β необходимо менять числовой коэффициент: вместо $36/5$ брать $16/3$. Изменения коэффициента требует также переход к другим линиям серии.

Рассмотрим теперь сходство и различия в спектрах ионов изоэлектронного ряда по сравнению со спектром водорода. Для однократно ионизованного гелия $Z = 2$, $M_{He} = 4$ а.е.м. Серийные формулы для He^+ имеют вид:

$$\frac{1}{\lambda} = 4R_{\infty} \left(1 + \frac{m_e}{M_{He}} \right) \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (5)$$

Особый интерес представляют здесь серии линий, для которых n_1 – четное число. Пусть $n_1 = 2$, тогда

$$\frac{1}{\lambda} = 4R_{He} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R_{He} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{(n_2/2)^2} \right),$$

т.е. при $n_2 = 4, 6, 8, \dots$ эта формула дает линии, с точностью до значения R совпадающие с серией Лаймана для водорода. При нечетных n_2 получаются линии, лежащие между ними.

Еще до создания теории Бора в спектрах излучения некоторых звезд Пикерингом наблюдалась серия линий в видимой части спектра, совпадающая с серией Бальмера через одну линию. Эта серия была приписана водороду в каком-то особом состоянии, так как получить ее в лабораторных условиях не удавалось. Бор в работе «Спектры водорода и гелия» (1913 г.) доказал, что серия Пикеринга принадлежит не водороду, а однократно ионизированному гелию.

Действительно, из (5) при $n_1 = 4$ получаем

$$\frac{1}{\lambda} = 4R_{He} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R_{He} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{(n_2/2)^2} \right),$$

что для четных n_2 в точности совпадает с серией Бальмера, а при $n_2 = 5, 7, 9, \dots$ получаются промежуточные линии. Совпадение длин волн не может быть полным, так как R_{He} и R_H несколько отличаются из-за разницы в массах ядер (см. таблицу). Впоследствии эта серия была получена в лабораторных условиях в спектре чистого гелия.

Длины волн излучения He^+ и H в видимой области спектра, Å

He^+	6560,1	5411,6	4859,3	4541,6	4338,7	4199,8	4100,0
H	6562,8	-	4861,3	-	4340,5	-	4101,7

Описание установки

Установка собрана на базе дифракционного спектрографа ДФС–8, обладающего большой дисперсией и разрешающей способностью. Обратная линейная дисперсия прибора составляет $6 \text{ Å}/\text{мм}$.

Оптическая схема прибора приведена на рис. 1. Свет от водородно-дейтериевой лампы 1 с помощью конденсора 2 и поворотного зеркала 3 направляется на входную щель 4 спектрографа ДФС–8. Прибор собран по автоколлимационной схеме, т.е. единственное сферическое зеркало является объективом коллиматора и камеры одновременно. Поворотное зеркало 5 направляет поток лучей на зеркало 6, откуда они в виде параллельного пучка света падают на дифракционную решетку 7. После разложения в спектр эти лучи снова падают на зеркало 6 и, сфокусированные по длинам волн, собираются в плоскости фотопластины 8, образуя спектр.

Прибор предназначен для фотографической регистрации спектра, но в данной задаче для большей наглядности и быстроты удобнее проводить визуальные измерения. Для этой цели прямо на кассете смонтирован окуляр 9, в поле зрения которого размещена линейка с ценой деления 0,1 мм. Таким образом, учитывая

линейную дисперсию ДФС–8, можно фиксировать смещение спектра на $0,3 \text{ \AA}$, что вполне достаточно для грубых измерений.

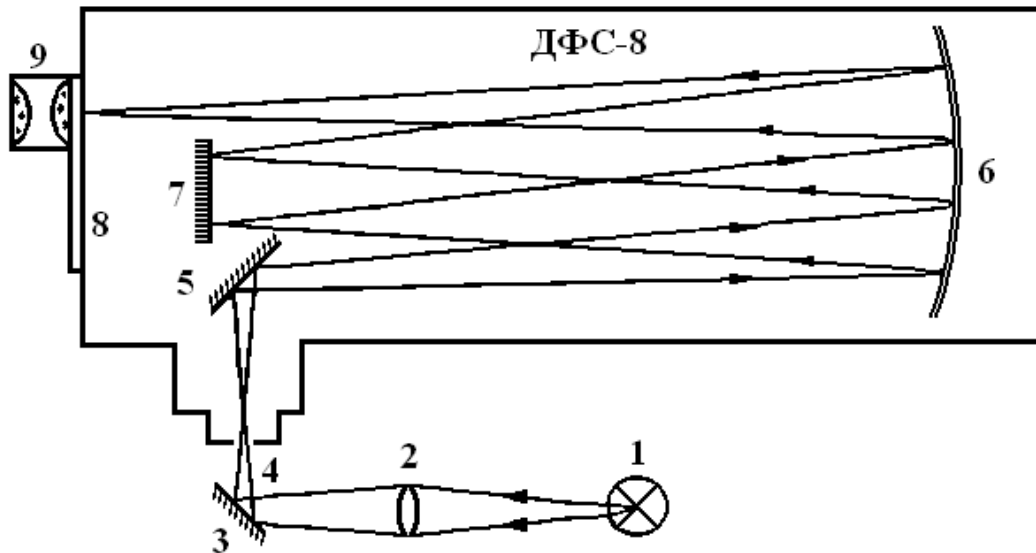


Рис. 1. Схема установки

Задание. Измерить разницу в длинах волн линий H_α , D_α и H_β , D_β в серии Бальмера. Найти массу дейтерия в а.е.м.

Порядок выполнения задания.

1. Включить водородно-дейтериевую лампу (рис. 2). Для этого на блоке питания вначале повернуть против часовой стрелки выключатель «Накал» 1. Через 2–3 мин. повернуть по часовой стрелке выключатель «Выс. напр.» 2.

2. Проверить фокусировку светящейся части лампы на щели ДФС–8.

3. Вращением маховика 3 установить на шкале длин волн 4 значение $\sim 650 \text{ нм}$. Продолжая вращать маховик и наблюдая в окуляр 5, найти красный дублет

$$H_\alpha - D_\alpha (\lambda_{H_\alpha} = 6562,85 \text{ \AA}, \lambda_{D_\alpha} = \lambda_{H_\alpha} - \Delta\lambda_\alpha).$$

4. Включить блок питания 6 подсветки шкалы, которая располагается в поле зрения окуляра.

5. Определить расстояние между компонентами дуплета в мм (расстояние между штрихами шкалы – 0,1 мм).

6. Пересчитать это расстояние в разность длин волн $\Delta\lambda_\alpha$, приняв обратную линейную дисперсию прибора равной $6 \text{ \AA}/\text{мм}$.

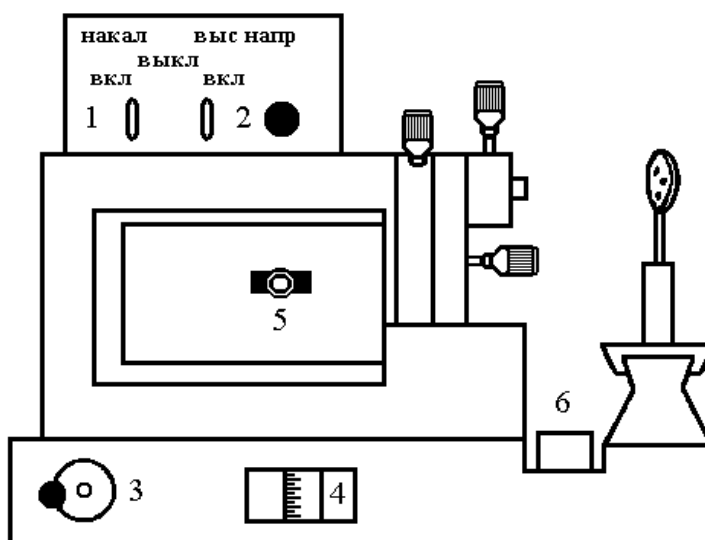


Рис. 2. Эскиз лицевой стороны установки

7. Установить с помощью маховика 4 длину волны $\sim 480 \text{ нм}$, найти линии H_β и D_β , проделать аналогичные измерения и найти $\Delta\lambda_\beta$. Табличное значение

$$\lambda_{H\beta} = 4861,32 \text{ \AA}.$$

8. По измеренным значениям $\Delta\lambda_\alpha$ и $\Delta\lambda_\beta$ с помощью формулы (4) найти массу дейтерия, полагая $M_H = 1 \text{ а.е.м.}$, $m_e = 1/1836 \text{ а.е.м.}$ Усреднить полученный результат и подсчитать ошибку эксперимента.

Контрольные вопросы

1. В чем причина изотопического сдвига спектральных линий? Как зависит постоянная Ридберга от массы ядра?
2. Вывести рабочую формулу для определения массы дейтерия из спектроскопических измерений.
3. Как зависит длина волны излучения от заряда ядра для изоэлектронного ряда водорода? Сравнить спектры излучения H и He⁺.