

# Лабораторная работа № 1

## ИЗМЕРЕНИЕ ФОКУСНЫХ РАССТОЯНИЙ ЛИНЗ ПРИ ПОМОЩИ МАЛОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СКАМЬИ

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В оптическом диапазоне с достаточно большой точностью можно представить распространение волн как движение энергии волн вдоль некоторых линий. Эти линии называют *лучами*. Ход лучей в различных средах описывается пятью приближенными физическими законами:

- 1) прямолинейного распространения света;
- 2) отражения;
- 3) преломления;
- 4) независимости распространения лучей;
- 5) обратимости хода лучей.

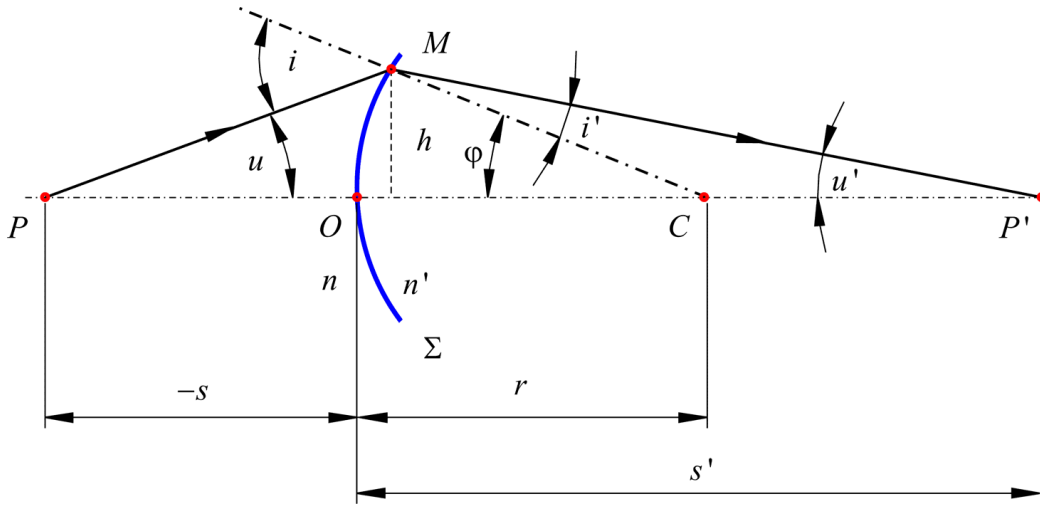
Переход от волновых уравнений к уравнениям, описывающим лучи, возможен в предельном случае малых длин волн, когда можно пренебречь явлением *дифракции*. Приближенные законы геометрической (лучевой) оптики первоначально были открыты экспериментальным путем. Их можно получить также из уравнений волновой теории света.

Одной из основных задач геометрической оптики является расчет хода лучей в оптических приборах, предназначенных для получения изображений. Простейшим элементом таких приборов является *линза*, изучению которой и посвящена настоящая работа.

### Преломление лучей сферической поверхностью раздела двух сред

Рассмотрим сферическую поверхность  $\Sigma$  (рис.1) с центром в точке  $C$ , разделяющую две прозрачные среды с показателями преломления  $n$  и  $n'$ . Свет будем считать монохроматическим, так что зависимость  $n$ ,  $n'$  от длины волны (дисперсия) не существенна. Луч света, выходящий из точки  $P$ , преломляется поверхностью  $\Sigma$  в точке  $M$ . Найдем точку  $P'$  пересечения преломленного луча с осью  $PC$ . Для определенности положим  $n' > n$ .

Выберем на оси  $PC$  положительное направление отсчета, совпадающее с направлением распространения света, а точку пересечения  $O$  поверхности  $\Sigma$  с осью  $PC$  примем за начало отсчета координат. Координаты точек  $P$ ,  $P'$  и  $C$  обозначим через  $s$ ,  $s'$  и  $r$ , соответственно. Для случая, изображенного на рисунке, очевидно,  $s < 0$ ,  $s' > 0$ ,  $r > 0$ .



**Рис.1. Преломление света на одной сферической поверхности раздела двух сред**

Ограничимся рассмотрением лучей, образующих малые углы с осью  $PC$ , так, чтобы синусы и тангенсы всех углов можно было заменить самими углами, выраженными в радианной мере. Такие лучи называются параксиальными (приосевыми). Все результаты, полученные ниже, справедливы в параксиальном приближении. Закон преломления  $n \sin i = n' \sin i'$  в параксиальном приближении запишется в виде:

$$ni = n'i'. \quad (1)$$

Поскольку  $i$  – внешний угол  $\Delta PMC$ , а  $\varphi$  – внешний угол  $\Delta P'MC$ , то:

$$\begin{aligned} i &= u + \varphi; \\ \varphi &= i' + u'. \end{aligned} \quad (2)$$

Пусть  $h$  – расстояние от точки  $M$  до оси  $PC$ , тогда для малых углов имеем

$$\begin{aligned} u &\cong \sin u = \frac{h}{PM} \cong \frac{h}{-s}; \\ u' &\cong \sin u' = \frac{h}{P'M} \cong \frac{h}{s'}; \\ \varphi &= \sin \varphi = \frac{h}{MC} \cong \frac{h}{r}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь учтено, что при малых углах  $PM \approx -s$ ,  $P'M \approx +s'$ . Подставляя в закон преломления в параксиальном приближении (1) выражения (2) для углов  $i$  и  $i'$  и заменяя углы  $u$ ,  $u'$  и  $\varphi$  их выражениями (3), приходим к соотношению Аббе:

$$n \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right), \quad (4)$$

которому удобно придать вид

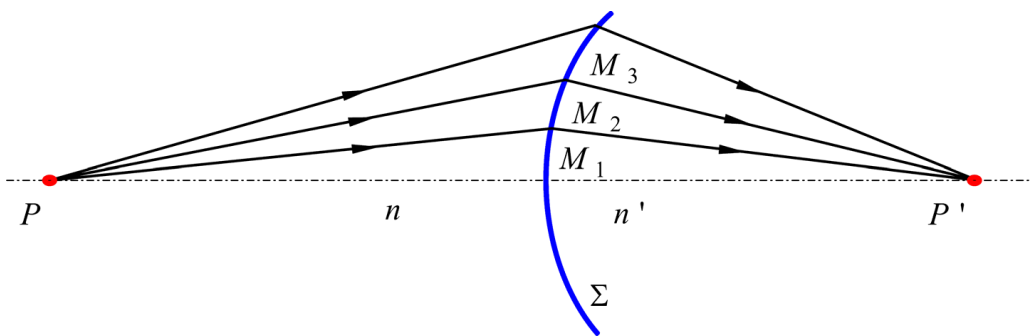
$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \Phi. \quad (5)$$

Величина  $\Phi$ , постоянная для данной преломляющей поверхности, называется *оптической силой*.

Прямой проверкой нетрудно убедиться, что соотношение (5) справедливо для всех возможных случаев расположения точек  $P$ ,  $P'$  и  $C$ , если при этом помнить, что  $s$ ,  $s'$  и  $r$  - не длины отрезков, а координаты точек, имеющие знак! Так, например, если поверхность  $\Sigma$  не выпуклая, как на рис.1, а вогнутая, то точка  $C$  расположена слева от точки  $O$ , поэтому  $r < 0$ . При этом, если  $n' > n$ , то из (5) получится  $s' < 0$  при любых значениях  $s < 0$ . Это означает, что выходящий пучок света расходящийся, а его центр  $P'$  окажется слева от точки  $O$  (мнимое изображение). Соблюдение указанного правила знаков – обязательное условие использования формулы (5) и ее следствий в расчетах.

### Следствия соотношения (5). Некоторые понятия теории идеальных оптических систем

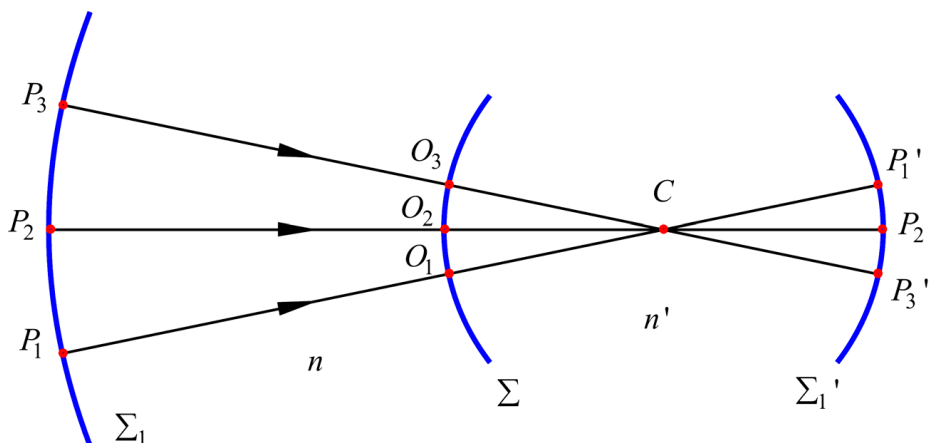
В формулу (5) не входят углы, поэтому любой параксиальный луч, выходящий из  $P$ , пересекает ось в точке  $P'$  (рис.2). Пучок лучей, проходящий через одну общую точку, называется гомоцентрическим. Преломление параксиальных пучков сферической поверхностью не нарушает их гомоцентричности (для непараксиальных лучей это правило нарушается). Если в точку  $P$  поместить источник света, то лучи от него пересекутся в одной точке  $P'$ , образуя изображение точки  $P$ . Таким образом, поверхность  $\Sigma$  можно рассматривать как простейшую оптическую систему, которая каждой точке  $P$  пространства предметов ставит в соответствие точку  $P'$  пространства изображений. Сложные оптические системы могут состоять из множества сред, разделенных сферическими границами. Как правило, центры сферических границ раздела лежат на одной прямой (центрированная оптическая система). Эта прямая называется главной оптической осью системы. Изображение, даваемое каждой предыдущей поверхностью раздела, служит предметом для следующей поверхности и т.д.



Оптическая система называется идеальной, если выполняются следующие условия:

- 1) каждая точка в пространстве предметов изображается только одной сопряженной с ней точкой в пространстве изображений (стигматичность изображения);
- 2) отрезок или луч в пространстве предметов изображается только одним сопряженным с ним отрезком или лучом в пространстве изображений;
- 3) плоскость, перпендикулярная к главной оптической оси, в пространстве предметов, изображается сопряженной с ней плоскостью, также перпендикулярной к оптической оси, в пространстве изображений.

Нетрудно показать, что сферическая поверхность раздела двух сред, рассмотренная выше, приближенно удовлетворяет условиям идеальности оптической системы при соблюдении требования параксиальности лучей. Выполнение первого условия уже доказано. Остановимся на втором и третьем. Рассмотрим точки  $P_1, P_2, P_3, \dots$ , равноудаленные от центра  $C$  преломляющей поверхности  $\Sigma$  (рис.3). Из формулы (5) следует, что изображения  $P'_1, P'_2, P'_3, \dots$ , также будут равноудалены от точки  $C$ , так что участок сферы  $\Sigma_1$  отобразится в участок сферы  $\Sigma'_1$  с общим центром в точке  $C$ . При малых углах (параксиальный пучок!) участки сферических поверхностей можно заменить участками касательных плоскостей, перпендикулярных оси пучка, а дуги окружностей на сферах  $\Sigma_1$  и  $\Sigma'_1$  – отрезками прямых линий.



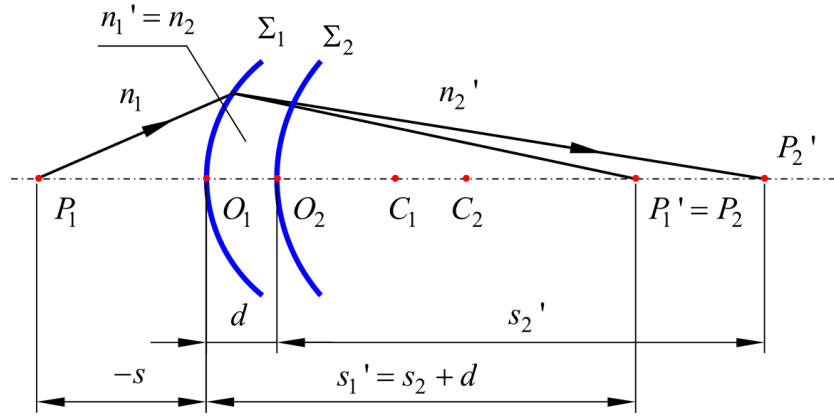
**Рис.3. Отображение сферической поверхности предмета (т.  $P_1, P_2, P_3$ ) сферической поверхностью раздела двух сред в сферическую поверхность в пространстве изображений (т.  $P'_1, P'_2, P'_3$ )**

Оптические системы, близкие к идеальным, дают резкое, не искаженное (геометрически подобное) изображение предметов. Искажения изображения, вносимые реальными оптическими системами, носят название аберраций [2, §24], [1, гл.13], [3, §13]. Уменьшение аберраций – важнейшая задача прикладной геометрической оптики.

### Тонкая линза

Линзой называется тело из однородного прозрачного материала, ограниченное двумя сферическими поверхностями или сферической поверхностью и плоскостью.

Материалами для линз служат: в видимой области – стекло различных марок; в ультрафиолетовой области – кварц, флюорит; в инфракрасной области – кварц, каменная соль, сильвин и т.д.



**Рис.4. Система двух преломляющих сферических поверхностей**

Рассмотрим систему двух преломляющих сферических поверхностей. Найдем точку  $P_2'$ , в которой соберется после прохождения такой системы парааксиальный пучок, выходящий из точки  $P_1$  на главной оптической оси. Изображение  $P_1'$ , даваемое первой поверхностью, является источником  $P_2$  для второй поверхности и, следовательно,

$$s_1' = s_2 + d, \quad n_1' = n_2.$$

Запишем формулу (5) для каждой поверхности:

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{s_1} - \frac{n_1'}{s_1'} &= \frac{n_1 - n_1'}{r_1}, \\ \frac{n_1'}{s_1' - d} - \frac{n_2'}{s_2'} &= \frac{n_1' - n_2'}{r_2}, \end{aligned} \tag{6}$$

где обозначения ясны из рис.4.

Задача особенно упрощается для тонкой линзы, когда толщина  $d$  пренебрежимо мала по сравнению с  $s_1, s_1', s_2, s_2', r_1, r_2$ . Полагая  $s_1 = s, s_2' = s', d \approx 0$ , сложим полученные уравнения (6) и получим общую формулу тонкой линзы:

$$\frac{n_2'}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_2' - n_2}{r_2}.$$

Чаще всего по обе стороны линзы находится одна и та же среда, так что  $n_2' = n_1$ . Практически важными исключениями являются глаза человека и иммерсионный объектив микроскопа [2, с.138]. В случае  $n_2' = n_1$  общая формула тонкой линзы примет вид:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{n_1} \Phi. \tag{7}$$

Величина  $\Phi$ , называемая оптической силой линзы, не зависит от  $s, s'$  и определяется только формой линзы, веществом линзы и окружающей среды. При пользовании формулой (7), как и (5), необходимо помнить, что  $s, s', r_1, r_2$  – не длины отрезков, а координаты точек (с учетом знака). Поверхности нумеруются в том

порядке, в котором их пересекают световые лучи. Использованный при выводе (7) прием можно использовать для произвольного числа преломляющих сферических поверхностей, не забывая при этом, что такое рассмотрение справедливо только для параксиальных лучей.

### Фокусы тонкой линзы и построение изображений в ней

Найдем на главной оптической оси точку, чтобы выходящие из нее лучи после прохождения линзы образовали параллельный пучок. Она называется первым главным фокусом. Для параллельных лучей  $s' = \infty$ , откуда координата  $f$  первого главного фокуса равна

$$f = s \Big|_{s' \rightarrow \infty} = -\frac{n_1}{\Phi}. \quad (8)$$

В воздухе  $n_1 \cong 1$  и поэтому  $f = -\frac{1}{\Phi}$ .

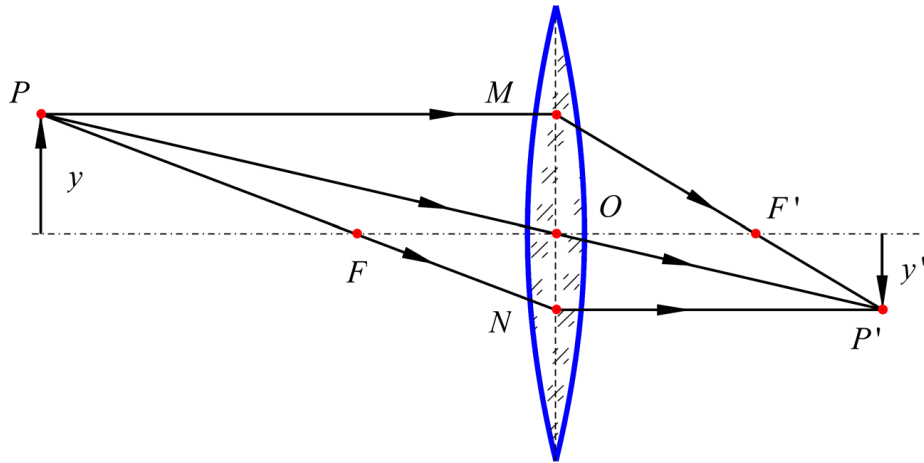
Вторым главным фокусом называется точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельным пучком ( $s = -\infty$ ). Координата второго главного фокуса равна, как следует из (7):

$$f' = s' \Big|_{s \rightarrow -\infty} = +\frac{n_1}{\Phi}. \quad (9)$$

В воздухе  $f' = \frac{1}{\Phi}$ . В нашем случае расстояния от линзы до обоих фокусов (главные фокусные расстояния) оказались равными по величине. В общем случае это не так (например, если по разные стороны от линзы находятся разные вещества). Плоскости, проходящие через главные фокусы, перпендикулярно главной оптической оси, называются фокальными плоскостями. Если  $\Phi > 0$ , то линза называется положительной (собирающей). Пучок света, параллельный главной оптической оси, собирается в такой линзе в действительном фокусе. Если  $\Phi < 0$ , то линза отрицательная (рассеивающая), фокусы такой линзы мнимые.

Фокальные плоскости, главная оптическая ось и плоскость самой линзы, толщиной которой мы пренебрегаем, являются кардинальными элементами тонкой линзы, рассматриваемой как идеальная оптическая система. Знание этих элементов позволяет построить изображение любой точки  $P$ , не лежащей на главной оптической оси, с помощью двух лучей (рис.5):

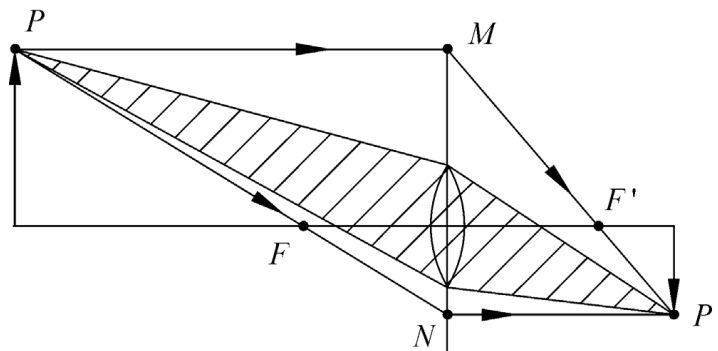
- 1) луча  $PM$ , параллельного оптической оси и после преломления в линзе проходящего через второй главный фокус  $F'$ ;
- 2) луча  $PN$ , проходящего через первый главный фокус  $F$  и выходящего из линзы параллельно главной оптической оси.



**Рис.5. Ход лучей от предмета к его отражению, формируемого тонкой собирающей линзой**

Иногда вместо одного из указанных лучей удобнее брать луч  $PO$ , проходящий через центр линзы и не испытывающий преломления.

В указанном построении линза рассматривается как идеальная оптическая система. Лучи, служащие для построения – условные; они могут не быть параксиальными и вообще могут не проходить через линзу (рис.6).



**Рис.6. Использование непараксиальных лучей при построении изображения идеальной линзой**

Линейным увеличением линзы называется отношение координат изображения и предмета (рис.5)

$$\beta = \frac{y'}{y}, \tag{10}$$

отсчитываемых от оптической оси в направлении, перпендикулярном ей. Положительным считается направление вверх, так что на рис.5  $y > 0$ ,  $y' < 0$ . Из подобия треугольников на рис.5 видно, что  $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$ , так что в зависимости от расположения предмета изображение может быть увеличенным ( $|\beta| > 1$ ), уменьшенным ( $|\beta| < 1$ ), прямым ( $\beta > 0$ ) или перевернутым ( $\beta < 0$ ), действительным или мнимым.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

**Внимание!** Питание осветителя производится через понижающий трансформатор (6 В). Недопустимо прямое включение осветителя в сеть 220 В!

Принадлежности: оптическая скамья с набором рейтеров-держателей; собирающая и рассеивающая линзы в держателях; источник света с сеткой; матовый экран; зрительная труба; набор диафрагм; светофильтры; понижающий трансформатор.

### Описание установки и подготовка ее к работе

Малая оптическая скамья состоит из металлической балки-станины с укрепленной на ней миллиметровой шкалой. Вдоль станины на рейтерах-держателях могут перемещаться источник света, линзы, экран и другие элементы оптической схемы.

Предметом для получения изображений на экране служит сетка, освещаемая электрической лампочкой.

Перед началом измерений система должна быть центрирована, для чего нужно выставить все элементы схемы по высоте так, чтобы их центры лежали на одной горизонтальной прямой.

Плоскость экрана и поверхности линз должны быть перпендикулярны оптической оси.

### Качественное исследование изображения, даваемого положительной линзой

Расположив линзу между осветителем и экраном, получите резкое изображение сетки на экране. Перемещая линзу и экран, заметьте примерное расположение приборов при увеличенном, уменьшенном и равном предмету изображении.

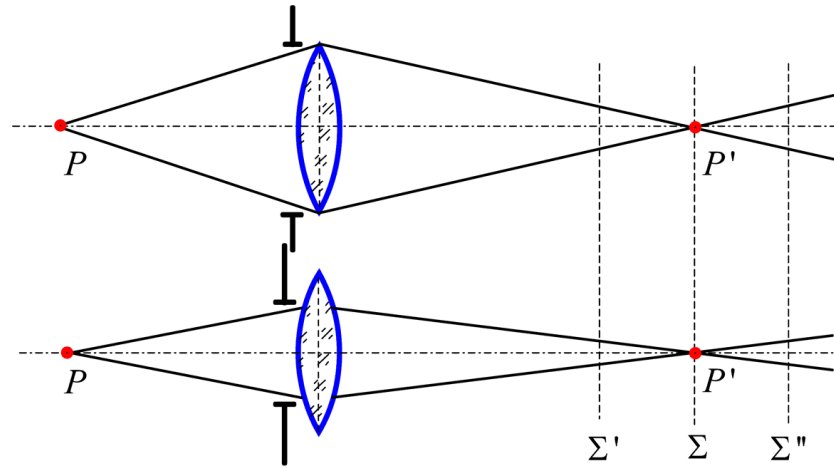
Получите максимально увеличенное изображение сетки. Объясните, почему оно не вполне резкое, причем вокруг нитей сетки виден цветной ореол. Помещая в пазы осветителя различные светофильтры, убедитесь, что при смене светофильтра требуется дополнительная наводка системы на резкость путем небольшого смещения линзы (экран и осветитель неподвижны). Почему?

Помещая непосредственно за линзой диафрагмы различной формы, убедитесь, что вид изображения не зависит от формы диафрагмы. Объясните этот факт. Что меняется при замене одной диафрагмы другой?

При данном положении линзы и источника резкость изображения на экране незначительно меняется при небольших смещениях экрана – существует так называемая глубина резкости. То же самое можно наблюдать, сдвигая незначительно источник при неподвижных экране и линзе. Убедитесь в этом на опыте.

Уменьшая размеры отверстия диафрагмы, расположенной рядом с линзой, убедитесь, что глубина резкости увеличивается при уменьшении отверстия диафрагмы. Этот эффект широко применяется в фотографии. Объясните его, используя рис.7. В плоскости  $\Sigma$  получается точечное изображение источника  $P$ . В плоскости  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$  – изображение в виде кружков рассеяния.





**Рис.7. Изменение глубины резкости изображения при изменении диаметра диафрагмы оптической системы**

Постройте ход лучей аналогично рис.7 для случая, когда экран неподвижен, а смещается источник (этот случай более важен при одновременном получении изображений точек, удаленных от оптической системы на разные расстояния)<sup>1</sup>. Результаты наблюдений и их объяснение занесите в протокол лабораторной работы.

### **Определение главного фокусного расстояния собирающей линзы**

Определите главное фокусное расстояние собирающей линзы следующими тремя способами и сравните между собой результаты. Какой способ вы считаете наиболее точным? Измерения обязательно проведите не менее десяти раз, меняя расстояние между элементами оптической схемы. Оцените ошибку измерений для каждого метода. Попытайтесь указать причины расхождения результатов, полученных разными методами.

**Способ 1.** При получении действительного изображения собирающей линзой ( $\Phi > 0$ ) в воздухе ( $n \cong 1$ ) формулу (7) тонкой линзы с учетом (8) и (9) можно записать в виде:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \Phi = \frac{1}{f}, \tag{11}$$

где  $a = |s|$ ,  $b = |s'|$  – расстояния от линзы до предмета и изображения, соответственно. Отсюда

$$|f| = \frac{ab}{a+b}. \tag{12}$$

(формула Гаусса). Получая резкие изображения сетки и измеряя  $a$  и  $b$ , находим  $|f|$ . Проведите не менее 10 измерений при разных  $a$  и  $b$ , найдите среднее  $|f|$  и его среднеквадратичное отклонение. То же самое повторить для других способов.

<sup>1</sup> Опытами установлено, что на расстоянии наилучшего зрения (25 см) кружки рассеяния менее 0,1 мм в диаметре воспринимаются глазом как точки.

**Способ 2.** Пусть величина предмета (несколько ячеек сетки осветителя)  $l$ , а величина его изображения  $l'$ . Поскольку

$$\frac{l}{l'} = \frac{a}{b}, \quad (13)$$

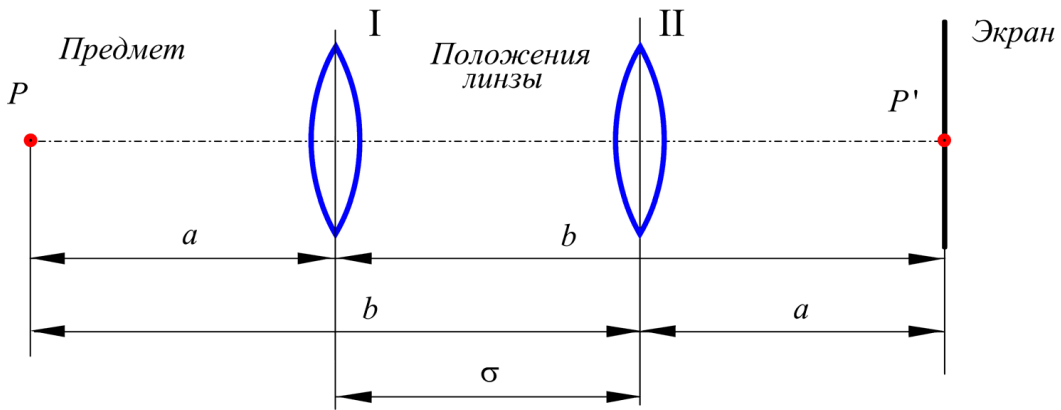
(см. рис.5 и пояснения к нему), то формулу Гаусса (12) можно преобразовать к виду:

$$|f| = b \frac{l}{l+l'}, \quad (14)$$

На опыте измеряют величины  $b$ ,  $l$  и  $l'$ , причем целесообразно работать при больших увеличениях.

**Способ 3 (способ Бесселя).** При заданном положении экрана и предмета существует два положения линзы, при которых получается резкое изображение, если только расстояние между предметом и экраном не меньше, чем  $4|f|$ . Убедитесь в этом на опыте. Объясните это теоретически (можно использовать обратимость хода лучей или соображения симметрии).

Пусть в первом положении линза дает увеличенное изображение, тогда  $b > a$ . Во втором положении будет получаться уменьшенное изображение, причем  $a$  и  $b$  поменяются местами (рис.8).



**Рис.8. Оптическая схема для определения фокусного расстояния собирающей линзы способом Бесселя**

Обозначим:  $a + b = z, \quad b - a = \sigma.$  (15)

Очевидно  $z$  – расстояние от источника до экрана;  $\sigma$  – расстояние между двумя положениями линзы, при которых получается резкое изображение. Выразим  $a$  и  $b$  через  $z$  и  $\sigma$  и подставим в формулу Гаусса (12):

$$|f| = \frac{z^2 - \sigma^2}{4z}. \quad (16)$$

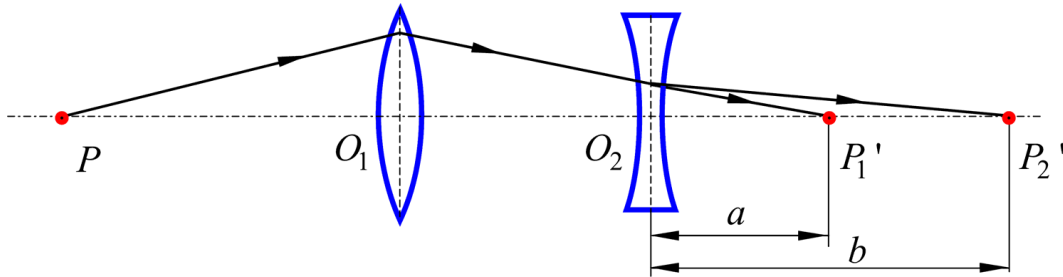
Зная из предыдущих опытов примерную величину  $|f|$ , установите источник и экран на расстоянии, немного большем  $4|f|$  друг от друга. Перемещая только линзу, добейтесь резкого изображения при двух ее положениях. Измерьте  $z$  и  $\sigma$  по шкале и используйте (16).

**Способ 4** (с использованием зрительной трубы). Перемещением окуляра настройте трубу на бесконечность, рассматривая в нее какой-нибудь удаленный (более 200 м) предмет.

Установите трубу на оптическую скамью. Перемещая линзу (работать нужно вдвоем), добейтесь резкого изображения сетки, видимого в трубу. Расстояние от линзы до источника при этом будет равно фокусному расстоянию. Объясните метод, используя свойства первого главного фокуса.

### Определение главного фокусного расстояния рассеивающей линзы

**Способ 1.** С помощью одной рассеивающей линзы невозможно получить действительное изображение действительного источника, дающего всегда расходящийся пучок лучей. Чтобы получить действительное изображение, на рассеивающую линзу нужно послать сходящийся пучок лучей, что эквивалентно созданию мнимого источника (рис.9). Для этой цели используется собирательная линза.



**Рис.9. Оптическая схема для определения фокусного расстояния рассеивающей (отрицательной) линзы**

Получите резкое изображение с помощью одной собирательной линзы и отметьте положение экрана  $P_1'$  при этом. Точка  $P_1'$  будет мнимым источником для рассеивающей линзы. Поместите на пути лучей рассеивающую линзу и, двигая экран, добейтесь резкого изображения (положение  $P_2'$  на рис.9) Определите по шкале расстояния  $a = O_2P_1'$  и  $b = O_2P_2'$ . Используя формулу (7), получаем для данного случая запись формулы Гаусса в виде

$$|f| = \frac{ab}{b-a}, \tag{17}$$

$$(a = |s|, \quad b = |s'|, \quad |f| = -\frac{1}{\Phi}).$$

Подставляя в (17) измеренные  $a$  и  $b$ , вычисляем  $|f|$ .

**Способ 2.** Если в предыдущем опыте точка  $P_1'$  совпадает с главным фокусом рассеивающей линзы, то на выходе из нее получится параллельный пучок лучей (точка  $P_2'$  уйдет на бесконечность). Если теперь поместить на пути лучей зрительную трубу, настроенную на бесконечность, то она даст резкое изображение предмета.

В отсутствие рассеивающей линзы заметьте положение резкого изображения, даваемого собирающей линзой (точка  $P_1'$ ). Установив рассеивающую линзу и перемещая ее, добейтесь резкого изображения сетки в зрительной трубе, настроенной на бесконечность. Расстояние между  $P_1'$  и рассеивающей линзой будет равно ее главному фокусному расстоянию.

### Контрольные задания и вопросы

1. Напишите без вывода общую формулу тонкой линзы и поясните смысл всех величин, входящих в нее.
2. Рассмотрите различные случаи построения хода лучей в собирающих и рассеивающих линзах.
3. Какими методами определяются фокусные расстояния линз в настоящей работе?

### Дополнительные вопросы и задания

1. Какие виды aberrаций существуют? Поясните качественно их природу (для этого изучите самостоятельно § 24 в книге [2], гл.13 в [1] или § 13 в [3]).
2. Как будет вести себя параллельный пучок монохроматического света, проходя через тонкую линзу?
3. Будут ли пересекаться в одной точке параллельно падающие на реальную линзу лучи? Какие из лучей пересекутся ближе к линзе: более удаленные от главной оптической оси или менее удаленные?
4. Что изменится у тонкой линзы, если с одной стороны ее находится воздух, а с другой – вода? Вывести формулу, аналогичную (7), для случая  $n_2' \neq n_1$ .
5. Построить ход лучей в идеальной линзе в случаях, когда изображение будет: 1) увеличенным; 2) уменьшенным; 3) прямым; 4) перевернутым; 5) действительным; 6) мнимым. Как расположены при этом друг относительно друга предмет, линза и ее фокусы?
6. При использовании формулы (7) получилось, что  $s > 0$  и  $s' > 0$ . Возможно ли это и в каком случае?
7. Какой примерно величины радиусы кривизны исследованных вами линз? Как их оценить по данным проведенных измерений?
8. Оцените углы между оптической осью и лучами в вашем эксперименте. Можно ли считать такие лучи параксиальными? Примите во внимание кривизну поверхностей линз.
9. Каковы основные отличия идеальной оптической системы от реальной? Какие из них вы наблюдали на опыте?

## Литература

1. Ландсберг Г.Г. Оптика. М.: Наука, 1976.
2. Матвеев А.Н. Оптика. М.: Высшая школа, 1985.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1973. Т.3.
4. Физический практикум/ Под ред. В.И.Ивероной. М.: Физматгиз, 1968.
5. Чуриловский В.Н. Теория оптических приборов. Л.: Машиностроение, 1966. Гл.1.